**Grandeurs et Mesures**

**Nombres entiers et Calcul**

Hypertexte

Unités de numération

Les unités de numération sont les mots et expressions unités, dizaines, centaines, milliers, dizaines de milliers… Ce sont des unités de nombre.

Souvent les élèves considèrent ces mots uniquement comme des positions dans l’écriture chiffrée d’un nombre. Ils ne leur attribuent alors qu’une signification restrictive, essentiellement dans l’expression « 3 est le chiffre des dizaines de 1234 ». Cette signification trop limitée s’oppose à une compréhension réelle de la numération.

Une façon de saisir la signification de ces mots est la suivante.

Il existe une catégorie grammaticale : les *noms numéraux*. La plupart des noms numéraux sont tombés en désuétude (il en va ainsi, par exemple, de *sixaine*, que Littré définissait comme désignant une « collection de six choses »). Toutefois, les mots dizaine, douzaine, quinzaine, vingtaine, cinquantaine, centaine et quelques autres sont encore utilisés dans la vie courante. Ces mots ont deux sens : la signification exacte du nombre, « une douzaine de pommes » pour indiquer douze pommes, et un sens approximatif, « environ douze pommes ».

Il semble qu’une façon simple d’enseigner ces mots est d’abord de les utiliser avec les élèves. Ainsi, on peut dire à un élève qu’il a une dizaine de stylos, c’est-à-dire dix stylos. Dès qu’il sait dénombrer, on peut lui demander de « préparer une dizaine de feutres, c’est-à-dire dix feutres », « une douzaine de feuilles, c’est-à-dire douze feuilles », puis rapidement « une quinzaine de craies », etc. Les élèves doivent associer les adjectifs cardinaux et les noms numéraux courants correspondants.

Pour comprendre la numération décimale, il est ensuite nécessaire de constituer ces noms numéraux en *unités de compte* (c’est-à-dire en unités de nombre). En effet, ce n’est pas parce qu’on sait « préparer une dizaine de feutres » qu’on comprend « deux dizaines de feutres ». Pour ce faire, la dizaine doit devenir une unité de compte : une dizaine de feutres et une dizaine de feutres sont deux dizaines de feutres. Deux dizaines de feutres et une dizaine de feutres sont trois dizaines de feutres, etc. On compte les dizaines comme on a compté les unités simples. Tous les noms numéraux n’ont pas vocation à devenir des unités de compte : la vingtaine n’est pas utilisée comme unité, on ne compte pas 3 vingtaines de pommes. En revanche, la dizaine, la douzaine, la centaine ont cette vocation. La douzaine pourra être rencontrée comme unité dans certains problèmes du champ multiplicatif.

L’exercice encadré ci-après propose une tâche de dénombrement, dans une unité qui n’est pas l’étoile (l’unité simple) mais la dizaine d’étoiles. Il permet d’évaluer la compréhension de la dizaine comme unité. Il peut être utilisé dès le CE1, voire à la fin du CP.

|  |  |
| --- | --- |
|  | Combien y a-t-il de dizaines d’étoiles ? |

Les unités de numération sont de dix en dix fois plus grandes : dix unités d’un certain ordre forment une unité de l’ordre immédiatement supérieur.

L’enjeu de l’enseignement de la numération décimale positionnelle est donc que les élèves comprennent ce principe et apprennent que l’écriture chiffrée est la juxtaposition, de droite à gauche, du nombre (inférieur à dix) d’unités de chaque ordre, ordonnée selon la taille croissante des unités, les rangs des unités non représentées étant occupés par le signe 0 (zéro).

Un nombre peut s’exprimer de plusieurs façons en unités de numération. Réciproquement, l’écriture chiffrée donne immédiatement une écriture réduite en unités.

Par exemple, 6d 4u 3c, c’est aussi 3c 6d 4u qui s’écrit en chiffres 364. De même, 5u 4c, c’est aussi 4c 5u qui s’écrit en chiffres 405. Réciproquement, 607 c’est 6c 7u.

Si un nombre contient plus de dix unités d’un certain ordre, ce nombre d’unités peut toujours être réduit en effectuant des conversions entre unités liées à leurs relations.

Exemple pour le nombre 14d 2c : 14d = 10d + 4d ; comme 10d = 1c, alors 14d= 1c + 4d et 14d 2c = 1c + 4d + 2c = 3c + 4d.

Pour passer d’une décomposition en unités de numération d’un nombre à son écriture chiffrée, deux procédés peuvent être utilisés. Prenons l’exemple de 14d 2c :

– trouver l’écriture réduite en unités de numération. Pour 14d 2c, cette écriture réduite est 3c 4d. Pour exprimer l’absence d’unités simples, le chiffre des unités est 0 et le nombre s’écrit 340 ;

– convertir les différentes unités en unités simples. Comme 1d= 10u alors 14d = 140u puisque 14d, c’est 14 fois plus que 1d. On a 1c = 100u, donc 2c = 200u et 14d 2c = 140u + 200u = 340u. Le nombre 14d 2c s’écrit donc en chiffres 340.

Dès le CE1, les élèves doivent apprendre à établir dans les deux sens, en se référant d’abord à du matériel, des relations telles que : 30dizaines = 3centaines et 3centaines = 30dizaines 14dizaines = 1centaine 4dizaines ou 1c 4d=14d (pour les nombres inférieurs à 20 dizaines).

Les élèves dès le cycle 2 comprennent ainsi progressivement que dix unités d’un certain ordre représentent une unité de l’ordre immédiatement supérieur, principe qui sera généralisé au cycle 3 pour les grands nombres et les écritures décimales des nombres décimaux.

**Principe de récursivité :**

Les principes et propriétés se travaillent et s’étendent progressivement :

– sur les nombres à 2 chiffres dès le CP ;

– sur les nombres à 3 chiffres dès le CE1 ;

– au CE2, pour les nombres à 4 chiffres on s’appuie sur ce qu’on sait déjà sur les nombres à 3 chiffres.

À chaque introduction d’une nouvelle unité de numération (centaine, millier), les nouvelles relations avec les unités déjà connues viennent enrichir les relations déjà connues. Au CM, l’étude des grands nombres utilise et consolide ce qui a été acquis au cours des années antérieures.